7/11/22

महाराणा प्रताप महाविद्यालय
7-11-22
ग्रन्थालय
जंगल धूसड़, गोरखपुर

For Office Use Only

MAT 102

B.A./B.Sc./B.Tech. I[st] SEMESTER MID-TERM EXAMINATION, 2022-23

MATHEMATICS

(Differential Calculus and Integral Calculus)

Credit (4+0)

(CBCS Mode)

अनुक्रमांक (अंकों में) / **Roll No. (In Figures)** :

Time : 1 Hour
समय : 1 घण्टा

Max. Marks : 15
अधिकतम अंक : 15

①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③	③	③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④	④	④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨
⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪

1097

अनुक्रमांक (शब्दों में) : _____

Roll No. (In Words) : _____

अभ्यर्थी का नाम : _____

Student Name : _____

कक्ष परिप्रेक्षक के हस्ताक्षर / Invigilator's Signature : _____

Note : (i) Total No. of Questions are **Six.**
(ii) Answer **three** questions in all.
(iii) All Questions carry equal marks.

नोट : (i) कुल **छः** प्रश्न दिए गये हैं।
(ii) किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
(iii) सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. **Define the following with examples :**

   निम्नलिखित को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए :

   (i) Convergent sequence

   अभिसारी अनुक्रम

   (ii) Bounded sequence

   परिबद्ध अनुक्रम

   (iii) Monotonic sequence

   एकदिष्ट अनुक्रम

2. Prove that a Convergent sequence is bounded but the converse may not be true.

   सिद्ध कीजिए कि अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध है, परन्तु इसका विलोम आवश्यक नहीं है कि सत्य हो।

3. Define Cauchy sequence and show that the sequence $\{a_n\}$, where $a_n = \frac{n}{n+1}$ is Cauchy sequence.

   कौशी अनुक्रम को परिभाषित कीजिए और दर्शाइए कि अनुक्रम $\{a_n\}$ जहाँ $a_n = \frac{n}{n+1}$ कौशी अनुक्रम है।

4. Define limit of a function. Let the function f be defined by $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ if $x \neq 0$.

   Prove that $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$.

   फलन की सीमा को परिभाषित कीजिए। यदि फलन f परिभाषित है, $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ यदि $x \neq 0$

   तो सिद्ध कीजिए कि $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

   OR

   Evaluate $\left\lceil \frac{1}{2} \right.$.

   $\left\lceil \frac{1}{2} \right.$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. Evaluate $\lim_{n \to \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right]$

   $\lim_{n \to \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

   OR

   Prove that $\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

   सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

6. Define limit inferior and limit superior of a sequence. If $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right), n \in IN$ then find limit inferior and limit superior of sequence $\{a_n\}$.

अनुक्रम की निम्न सीमा और उच्च सीमा को परिभाषित कीजिए। यदि $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right), n \in IN$ तो अनुक्रम $\{a_n\}$ की निम्न सीमा और उच्च सीमा का मान ज्ञात कीजिए।

OR

Evaluate $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$, using beta and gamma function.

बीटा एवं गामा फलन का उपयोग करते हुए $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$ का मान ज्ञात कीजिए।