MAT 101

B.Sc. Ist SEMESTER EXAMINATION, 2022-23

MATHEMATICS

(Basics of Mathematics)

(2+0)

(CBCS MODE)

महाराणा प्रताप महाविद्यालय ग्रन्थालय 25-1-23 जंगल धूसड़, गोरखपुर

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : ____________________

Paper ID (To be filled in the OMR Sheet)

8506

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures)

अनुक्रमांक (शब्दों में) : ____________________

Roll No. (In Words) : ____________________

Time : 1 Hour **Max. Marks : 60**

समय : 1 घण्टा **अधिकतम अंक : 60**

नोट : पुस्तिका में 40 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. If $f: X \to Y$ and A, B are two subsets of X, consider the statements :

(i) $f[A \cup B] = f[A] \cup f[B]$

(ii) $f[A \cap B] \subseteq f[A] \cap f[B]$

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Neither (i) nor (ii) is true

(D) Both (i) and (ii) are true

1. यदि फलन $f: X \to Y$ तथा X के दो उपसमुच्चय A तथा B हैं, तो निम्नलिखित कथनों पर विचार करें :

(i) $f[A \cup B] = f[A] \cup f[B]$

(ii) $f[A \cap B] \subseteq f[A] \cap f[B]$

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) तथा (ii) दोनों असत्य हैं

(D) (i) तथा (ii) दोनों सत्य हैं

2. Which of the following is example of singleton set ?

(A) $\{x : x \in Z \,;\, x^2 = 4\}$

(B) $\{x : x \in N \,;\, x^2 = 16\}$

(C) $\{x : x \in Z \,;\, |x| = 1\}$

(D) None of above

2. निम्नलिखित में से कौन एकल समुच्चय का उदाहरण है ?

(A) $\{x : x \in Z \,;\, x^2 = 4\}$

(B) $\{x : x \in N \,;\, x^2 = 16\}$

(C) $\{x : x \in Z \,;\, |x| = 1\}$

(D) इनमें से कोई नहीं

3. The maximum value of $\sin x \cos x$ is :

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $2\sqrt{2}$

3. $\sin x \cos x$ का अधिकतम मान है :

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $2\sqrt{2}$

4. The value of the determinant $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}$ is :

(A) $(a-b)(b-c)(c-a)$

(B) 0

(C) $(a+b)(b+c)(c+a)$

(D) None of these

5. Consider the following statements :

(i) $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$

(ii) $\int_0^{2a} f(x)\,dx =$

$\begin{cases} \int_0^a f(x)\,dx, & f(2a-x) = f(x) \\ 0 \quad , & f(2a-x) = -f(x) \end{cases}$

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Neither (i) nor (ii) is true

6. Let A and B be two sets such that $n(A) = 16$, $n(B) = 14$ and $n(A \cap B) = 5$, then $n(A \cup B)$ is:

(A) 20

(B) 30

(C) 35

(D) 25

4. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}$ का मान है :

(A) $(a-b)(b-c)(c-a)$

(B) 0

(C) $(a+b)(b+c)(c+a)$

(D) इनमें से कोई नहीं

5. निम्नलिखित कथनों पर विचार करें :

(i) $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$

(ii) $\int_0^{2a} f(x)\,dx =$

$\begin{cases} \int_0^a f(x)\,dx, & f(2a-x) = f(x) \\ 0 \quad , & f(2a-x) = -f(x) \end{cases}$

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) तथा (ii) सत्य हैं

(D) (i) तथा (ii) दोनों असत्य हैं

6. माना A तथा B दो समुच्चय इस तरह हैं कि $n(A) = 16$, $n(B) = 14$ तथा $n(A \cap B) = 5$, तो $n(A \cup B)$ है :

(A) 20

(B) 30

(C) 35

(D) 25

7. Which of the following functions from Z to itself is bijection ?

(A) $f(x) = x^2$

(B) $f(x) = x^3 + x$

(C) $f(x) = 6x + 5$

(D) $f(x) = x + 4$

7. निम्नलिखित फलनों में से कौन फलन एकैक–आच्छादित है, यदि फलन पूर्णांक से पूर्णांक में परिभाषित है ?

(A) $f(x) = x^2$

(B) $f(x) = x^3 + x$

(C) $f(x) = 6x + 5$

(D) $f(x) = x + 4$

8. $\frac{d}{dx}\left(e^{\sin x^2}\right) = ?$

(A) $2xe^{\sin x^2}$

(B) $2x \cos x^2 \sin x^2 \; e^{\sin x^2}$

(C) $2x \cos x^2 \, e^{\sin x^2}$

(D) $\cos x^2 \, e^{\sin x^2}$

8. $\frac{d}{dx}\left(e^{\sin x^2}\right) = ?$

(A) $2xe^{\sin x^2}$

(B) $2x \cos x^2 \sin x^2 \; e^{\sin x^2}$

(C) $2x \cos x^2 \, e^{\sin x^2}$

(D) $\cos x^2 \, e^{\sin x^2}$

9. The maximum and minimum values of function $f: [0, 10] \to R$ $f(x) = -|x - 1| + 5,$ are respectively ;

(A) $5, -5$

(B) $-5, -4$

(C) $5, -4$

(D) Maximum and minimum values do not exist

9. फलन $f: [0, 10] \to R,$ $f(x) = -|x - 1| + 5$ के महत्तम तथा लघुत्तम मान क्रमशः हैं :

(A) $5, -5$

(B) $-5, -4$

(C) $5, -4$

(D) लघुत्तम तथा महत्तम मान विद्यमान नहीं हैं

10. The value of K for which the following system is consistent, is:

$$2x - y + 3 = 0$$
$$Kx - y + 1 = 0$$
$$5x - y - 3 = 0$$

(A) $K = 1$

(B) $K = 2$

(C) $K = 3$

(D) None of these

10. K के किस मान के लिए निम्नलिखित युग्म समीकरण सुसंगत हैं :

$$2x - y + 3 = 0$$
$$Kx - y + 1 = 0$$
$$5x - y - 3 = 0$$

(A) $K = 1$

(B) $K = 2$

(C) $K = 3$

(D) इनमें से कोई नहीं

11. If A and B are finite sets, then :

(A) $n(A \times B) = n(A) + n(B)$

(B) $n(A \times B) = n(A) - n(B)$

(C) $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

(D) $n(A \times B) = \frac{n(A)}{n(B)}$

11. यदि A और B परिमित समुच्चय हैं, तब :

(A) $n(A \times B) = n(A) + n(B)$

(B) $n(A \times B) = n(A) - n(B)$

(C) $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

(D) $n(A \times B) = \frac{n(A)}{n(B)}$

12. If A is any set contaiing n elements, then total number of all possible subsets of A will be :

(A) 2^n

(B) 2^{3n}

(C) $2^n + 1$

(D) 3^n

12. यदि A एक समुच्चय है जो n अवयव रखता है तब A के सभी सम्भव उप–समुच्चयों की कुल संख्या होगी :

(A) 2^n

(B) 2^{3n}

(C) $2^n + 1$

(D) 3^n

13. For any two sets A and B which of the following is true ?

(A) $A^C - B^C = B + A$

(B) $A^C - B^C = B - A$

(C) $A^C - B^C = A - B$

(D) None of these

13. किन्हीं दो समुच्चयों A और B के लिए निम्नलिखित में कौन सा सत्य है ?

(A) $A^C - B^C = B + A$

(B) $A^C - B^C = B - A$

(C) $A^C - B^C = A - B$

(D) इनमें से कोई नहीं

14. If $(2a-3,4)=(4a,b+5)$, then :

(A) $a=\frac{3}{2},\ b=1$

(B) $a=\frac{-3}{2},\ b=-1$

(C) $a=\frac{3}{2},\ b=-1$

(D) $a=\frac{-3}{2},\ b=1$

14. यदि $(2a-3,4)=(4a,b+5)$, तब :

(A) $a=\frac{3}{2},\ b=1$

(B) $a=\frac{-3}{2},\ b=-1$

(C) $a=\frac{3}{2},\ b=-1$

(D) $a=\frac{-3}{2},\ b=1$

15. If $A \cap B = B$, then :

(A) $A \subseteq B$

(B) $B \subseteq A$

(C) $A=\phi$

(D) $B=\phi$

15. यदि $A \cap B = B$, तब :

(A) $A \subseteq B$

(B) $B \subseteq A$

(C) $A=\phi$

(D) $B=\phi$

16. If $A=\{1,2,3\}$ and $B=\{3,6\}$ then the number of relations from A to B is:

(A) 2^3

(B) 3^2

(C) 3×2

(D) 2^6

16. यदि $A=\{1,2,3\}$ और $B=\{3,6\}$ तब A से B सम्बंधों की संख्या है :

(A) 2^3

(B) 3^2

(C) 3×2

(D) 2^6

17. If $A=\{1,2\}$ and $B=\{0,1\}$, then $A\times B$ is :

(A) $\{(1,0),(1,1),(2,0),(2,1)\}$

(B) $\{(1,0),(2,1)\}$

(C) $\{(1,1),(1,2),(0,1),(0,2)\}$

(D) None of these

17. यदि $A=\{1,2\}$ और $B=\{0,1\}$ तब $A\times B$ है :

(A) $\{(1,0),(1,1),(2,0),(2,1)\}$

(B) $\{(1,0),(2,1)\}$

(C) $\{(1,1),(1,2),(0,1),(0,2)\}$

(D) इनमें से कोई नहीं

18. Let $f : R \to R$ be defined as $f(x) = 3x^2 - 5$ and $g : R \to R$ by $g(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Then gof is :

(A) $\frac{3x^2-5}{9x^4-30x^2+26}$

(B) $\frac{3x^2+5}{9x^4-6x^2+26}$

(C) $\frac{3x^2}{x^4+2x^2-4}$

(D) $\frac{3x^2}{9x^4+30x^2-2}$

18. माना कि $f: R \to R$ जो कि $f(x) = 3x^2 - 5$ के रूप में परिभाषित है और $g : R \to R$ द्वारा $g(x) = \frac{x}{x^2+1}$ के परिभाषित है तब gof है :

(A) $\frac{3x^2-5}{9x^4-30x^2+26}$

(B) $\frac{3x^2+5}{9x^4-6x^2+26}$

(C) $\frac{3x^2}{x^4+2x^2-4}$

(D) $\frac{3x^2}{9x^4+30x^2-2}$

19. If set $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Then $B - A$ will be :

(A) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(B) $\{3, 4\}$

(C) $\{1, 2\}$

(D) $\{5, 6\}$

19. यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ और $B = \{3, 4, 5, 6\}$, तब $B - A$ होगा :

(A) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(B) $\{3, 4\}$

(C) $\{1, 2\}$

(D) $\{5, 6\}$

20. If $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, then the number of proper subsets of A is :

(A) 31

(B) 38

(C) 32

(D) 54

20. यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तब A के उचित उप–समुच्चयों की संख्या है :

(A) 31

(B) 38

(C) 32

(D) 54

21. Which of the following is a singleton set ?

(A) $\{x : |x| = 5,\ x \in N\}$

(B) $\{x : |x| = 6,\ x \in Z\}$

(C) $\{x : x^2 + 2x + 1 = 0,\ x \in N\}$

(D) $\{x : x^2 = 7,\ x \in N\}$

22. Let R be the relation in the set N given by $R = \{(a,b) : a = b - 2,\ b > 6\}$. Choose the correct answer :

(A) $(2,4) \in R$

(B) $(3,8) \in R$

(C) $(6,8) \in R$

(D) $(8,7) \in R$

23. Domain and range of $f(x) = \sqrt{x-3}$ is :

(A) $(-\infty, 3], R$

(B) $R, [3,\infty)$

(C) $[3,\infty), (-\infty, 0]$

(D) $[3,\infty), [0,\infty)$

24. If $f(x) = 2x^2 + bx + c$ and $f(0) = 3$ and $f(2) = 1$, then $f(1)$ is equal to :

(A) -2

(B) 0

(C) 1

(D) 2

21. निम्नलिखित में से कौन सा एकल समुच्चय है ?

(A) $\{x : |x| = 5,\ x \in N\}$

(B) $\{x : |x| = 6,\ x \in Z\}$

(C) $\{x : x^2 + 2x + 1 = 0,\ x \in N\}$

(D) $\{x : x^2 = 7,\ x \in N\}$

22. माना कि $R = \{(a,b) : a = b - 2,\ b > 6\}$ से दिया गया R समुच्चय N में एक संबंध है। सही उत्तर चुनिए :

(A) $(2,4) \in R$

(B) $(3,8) \in R$

(C) $(6,8) \in R$

(D) $(8,7) \in R$

23. $f(x) = \sqrt{x-3}$ का प्रान्त एवं परिसर है :

(A) $(-\infty, 3], R$

(B) $R, [3,\infty)$

(C) $[3,\infty), (-\infty, 0]$

(D) $[3,\infty), [0,\infty)$

24. यदि $f(x) = 2x^2 + bx + c$ और $f(0) = 3$ तथा $f(2) = 1$ तब $f(1)$ बराबर है :

(A) -2

(B) 0

(C) 1

(D) 2

25. When we say that f is a function from set X to set Y, then set X is called :

(A) Domain of f

(B) Range of f

(C) Codomain of f

(D) None of these

25. जब हम कहते है कि f समुच्चय X से समुच्चय Y का एक फलन है तब X कहलाता है :

(A) f का प्रान्त

(B) f का परिसर

(C) f का सहप्रान्त

(D) इनमें से कोई नहीं

26. If a graph expresses a function, then a vertical line must cut the graph at :

(A) One point only

(B) Two points

(C) More than two points

(D) None of these

26. यदि एक लेखाचित्र फलन को निरूपित करता है तो एक ऊर्ध्वाधर रेखा लेखाचित्र को काटती है :

(A) केवल एक बिन्दु पर

(B) दो बिन्दुओं पर

(C) दो से अधिक बिन्दुओं पर

(D) इनमें से कोई नहीं

27. The function $f: R \rightarrow R$ defined by $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ is :

(A) One-one but not onto

(B) Onto but not one-one

(C) Both one-one and onto

(D) Neither one-one nor onto

27. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है :

(A) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

(B) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

(C) एकैकी एवं आच्छादक दोनो

(D) न तो एकैकी न ही आच्छादक

28. If $f(x) = ax + b$, where a and b are integers, $f(-1) = -5$ and $f(3) = 3$, then a and b are equal to :

(A) $a = -3, b = -1$

(B) $a = 2, b = -3$

(C) $a = 0, b = 2$

(D) $a = 2, b = 3$

28. यदि $f(x) = ax + b$ जहाँ a और b पूर्णांक हैं, $f(-1) = -5$ और $f(3) = 3$ तब a और b बराबर है :

(A) $a = -3, b = -1$

(B) $a = 2, b = -3$

(C) $a = 0, b = 2$

(D) $a = 2, b = 3$

29. The derivative of $\sin^{-1}x$, where $-1 < x < 1$, is :

(A) $\frac{1}{1+x^2}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\cos^{-1}x$

29. $\sin^{-1}x$ जहाँ $-1 < x < 1$ का अवकलन है :

(A) $\frac{1}{1+x^2}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\cos^{-1}x$

30. The value of the integral $\int_0^{\pi/2}\frac{dx}{1+\cot x}$ is equal to :

(A) $\pi/2$

(B) $-\frac{\pi}{2}$

(C) $-\frac{\pi}{4}$

(D) $\pi/4$

30. समाकलन $\int_0^{\pi/2}\frac{dx}{1+\cot x}$ का मान बराबर है :

(A) $\pi/2$

(B) $-\frac{\pi}{2}$

(C) $-\frac{\pi}{4}$

(D) $\pi/4$

31. If $x = at^2$ and $y = 2at$, then $\frac{d^2y}{dx^2}$ will be :

(A) $\frac{-1}{t^2}$

(B) $-2at^3$

(C) $\frac{-1}{2at^3}$

(D) None of these

31. यदि $x = at^2$ और $y = 2at$ तब $\frac{d^2y}{dx^2}$ होगा :

(A) $\frac{-1}{t^2}$

(B) $-2at^3$

(C) $\frac{-1}{2at^3}$

(D) इनमें से कोई नहीं

32. If $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \ldots\infty}}}$ then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

(A) $(\cos x)^y$

(B) $\frac{\cos x}{(2y+1)}$

(C) $\frac{\cos x}{(2y-1)}$

(D) None of these

32. यदि $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \ldots\infty}}}$ तब $\frac{dy}{dx}$ होता है :

(A) $(\cos x)^y$

(B) $\frac{\cos x}{(2y+1)}$

(C) $\frac{\cos x}{(2y-1)}$

(D) इनमें से कोई नहीं

33. The value of $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x}\,dx$ is :

(A) $\tan(\log x) + C$

(B) $\sec(\log x) + C$

(C) $\operatorname{cosec}(\log x) + C$

(D) $\sin(\log x) + C$

34. The value of the integral $\int_2^8 |x-5|\,dx$ will be :

(A) 6

(B) 5

(C) 8

(D) 9

35. A point where the function has neither maxima nor minima is called :

(A) Critical point

(B) Stationary point

(C) Saddle point

(D) Isolated point

36. By principle of mathematical induction $(2^{3n} - 1)$ is divisible by:

(A) 3

(B) 2

(C) 5

(D) 7

33. $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x}\,dx$ का मान है :

(A) $\tan(\log x) + C$

(B) $\sec(\log x) + C$

(C) $\operatorname{cosec}(\log x) + C$

(D) $\sin(\log x) + C$

34. समाकलन $\int_2^8 |x-5|\,dx$ का मान होगा :

(A) 6

(B) 5

(C) 8

(D) 9

35. एक बिन्दु जहाँ पर फलन न तो उच्चिष्ठ और न ही निम्निष्ठ होता है कहलाता है :

(A) क्रांतिक बिन्दु

(B) अचल बिन्दु

(C) काठी बिन्दु

(D) प्रथक बिन्दु

36. गणितीय प्रेरण के सिद्धान्त से $(2^{3n} - 1)$ भाज्य है :

(A) 3 से

(B) 2 से

(C) 5 से

(D) 7 से

37. The roots α, β of the equation $x^2 + kx + 12 = 0$ are such that $\alpha - \beta = 1$, then which of the following is correct :

(A) $k = \pm 7$

(B) $k = \pm 5$

(C) $k = \pm 3$

(D) $k = \pm 2$

38. Let A and B be two matrices such that $A = 0$, $AB = 0$, then equation always implies that :

(A) $B = 0$

(B) $B \neq 0$

(C) $B = -A$

(D) $B = A'$

Where A' is the transpose of matrix A.

39. The value of the determinant $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ is :

(A) 2

(B) 3

(C) -1

(D) 1

40. The value of x for which the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & x \\ 12 & 4 \end{bmatrix}$ is singular ?

(A) 2

(B) 1

(C) -1

(D) 3

37. समीकरण $x^2 + kx + 12 = 0$ के मूल α, β इस प्रकार है कि $\alpha - \beta = 1$ तब निम्नलिखित में से कौन सा सही है :

(A) $k = \pm 7$

(B) $k = \pm 5$

(C) $k = \pm 3$

(D) $k = \pm 2$

38. माना दो आव्यूह A और B इस प्रकार है कि $A = 0$, $AB = 0$ तब समीकरण का हमेशा आशय है :

(A) $B = 0$

(B) $B \neq 0$

(C) $B = -A$

(D) $B = A'$

जहाँ A' आव्यूह A का परिवर्त आव्यूह है।

39. सारणिक $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ का मान है :

(A) 2

(B) 3

(C) -1

(D) 1

40. x का मान जिसके लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 6 & x \\ 12 & 4 \end{bmatrix}$ अव्युत्क्रमणीय है :

(A) 2

(B) 1

(C) -1

(D) 3

*****