महाराणा प्रताप महाविद्यालय
27/1/23
ग्रन्थालय
जंगल धूसड़, गोरखपुर

MAT 102

B.Sc. Ist SEMESTER EXAMINATION, 2022-23

MATHEMATICS

(Differential Calculus and Integral Calculus)

(4+0)

(CBCS MODE)

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : ____________________

Paper ID
(To be filled in the OMR Sheet)

8569

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures)

अनुक्रमांक (शब्दों में) : ____________________

Roll No. (In Words) : ____________________

Time : 1 Hour | **Max. Marks : 60**

समय : 1 घण्टा | **अधिकतम अंक : 60**

नोट : पुस्तिका में 40 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.

2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।

2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. Which of the following is a bounded sequence ?

(A) $\{n^3\}_{n=1}^{\infty}$

(B) $\left\{\frac{n^2}{2}\right\}_{n=1}^{\infty}$

(C) $\{e^{2n}\}_{n=1}^{\infty}$

(D) $\left\{\frac{1}{2n}\right\}_{n=1}^{\infty}$

1. निम्नलिखित में से कौन का अनुक्रम परिबद्ध है ?

(A) $\{n^3\}_{n=1}^{\infty}$

(B) $\left\{\frac{n^2}{2}\right\}_{n=1}^{\infty}$

(C) $\{e^{2n}\}_{n=1}^{\infty}$

(D) $\left\{\frac{1}{2n}\right\}_{n=1}^{\infty}$

2. The value of $\lim_{n\to\infty} n^{1/n}$ is :

(A) 1

(B) 2

(C) $\frac{1}{2}$

(D) Does not exist

2. $\lim_{n\to\infty} n^{1/n}$ का मान है :

(A) 1

(B) 2

(C) $\frac{1}{2}$

(D) मौजूद नहीं है

3. Let $U_n = \frac{(-1)^n}{n}\ \forall\, n \in IN$. Then the sequence $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ is :

(A) Convergent and $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$

(B) Convergent and $\lim_{n\to\infty} U_n = 1$

(C) Bounded but not convergent

(D) Unbounded

3. मान लीजिये कि $U_n = \frac{(-1)^n}{n}\ \forall\, n \in IN$ तो अनुक्रम $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$:

(A) अभिसारी है और $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$ है

(B) अभिसारी है और $\lim_{n\to\infty} U_n = 1$ है

(C) परिबद्ध है लेकिन अभिसारी नहीं है

(D) अपरिबद्ध है

4. Consider the following statements :

(i) Every convergent sequence of real numbers has unique limit.

(ii) Every bounded sequence of real number need not be convergent.

Then :

(A) Only (i) is true.

(B) Only (ii) is true.

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

5. Consider the following statements -

"Let $\{[a_n, b_n]\}_{n=1}^{\infty}$ be a sequence of closed and bounded intervals such that –

(i) $[a_{n+1}, b_{n+1}] \subset [a_n, b_n] \ \forall\, n \in \mathbb{N}$

(ii) $\lim_{n\to\infty} (b_n - a_n) = 0.$

Then $\bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n]$ contains exactly one point. Here $\mathbb{N}$ denotes the set of all natural numbers."

Then the above statement is known as :

(A) Cantor's theorem

(B) Bolzano's theorem

(C) Sandwich's theorem

(D) Darboux's theorem

4. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) वास्तविक संख्याओं की प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम की एक अद्वितीय सीमा है।

(ii) वास्तविक संख्याओं का प्रत्येक परिबद्ध अनुक्रम आवश्यक रूप से अभिसारी नहीं है। तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों सत्य नहीं हैं।

5. निम्नलिखित कथन पर विचार कीजिये–

"मान लीजिये कि $\{[a_n, b_n]\}_{n=1}^{\infty}$ संवृत एवं परिबद्ध अंतरालों का अनुक्रम इस प्रकार है कि –

(i) $[a_{n+1}, b_{n+1}] \subset [a_n, b_n] \ \forall\, n \in \mathbb{N}$

(ii) $\lim_{n\to\infty} (b_n - a_n) = 0$

तो $\bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n]$ ठीक एक बिंदु रखता है। यहाँ $\mathbb{N}$ सभी प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है।"

तो उपरोक्त कथन के रूप में जाना जाता है :

(A) कैन्टर का प्रमेय

(B) बोलजैनों का प्रमेय

(C) सैण्डविच का प्रमेय

(D) डरबाक्स का प्रमेय

6. Limit inferior of the sequence $\{(-1)^n\}_{n=1}^{\infty}$ and $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ are :

(A) -1, 0

(B) 0, -1

(C) 1, 2

(D) 1, 1

7. Consider the following statements-

(i) The sequence $\left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ is Cauchy.

(ii) Let $U_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots.. + \frac{1}{n}$ $\forall\ n \in IN$.

Then the sequence $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ is monotone increasing. Here *IN* be the set of all natural numbers.

Then :

(A) Only (i) is true.

(B) Only (ii) is true.

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

8. Consider the following statements –

(i) $\lim_{x\to 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ does not exit.

(ii) $\lim_{x\to 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ exists.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

6. अनुक्रमों $\{(-1)^n\}_{n=1}^{\infty}$ एवं $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ की निम्न सीमा है :

(A) -1, 0

(B) 0, -1

(C) 1, 2

(D) 1, 1

7. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) अनुक्रम $\left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ कॉची है।

(ii) मान लीजिये कि–

$U_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots\ldots + \frac{1}{n}$

$\forall\ n \in IN$

तो अनुक्रम $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ एकदिष्ट वर्धमान है। यहाँ *IN* सभी प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

8. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) $\lim_{x\to 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ मौजूद नहीं है।

(ii) $\lim_{x\to 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ मौजूद है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

9. If $div\,\vec{v} = 0$, then :

(A) $\vec{v}$ is solenoidal.

(B) $\vec{v}$ is irrotational.

(C) $\vec{v}$ is solenoidal as well as irrotational.

(D) None of these

10. The value of $\frac{\Gamma(1/2)}{2}$ is :

(A) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi^2}{4}$

11. Relationship between beta and Gamma functions is :

(A) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(B) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(2m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(C) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(2n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(D) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\cdot\Gamma(n)}, m,n > 0$

12. If $\Gamma(n)$ denotes the Gamma function. Then which of the following is correct ?

(A) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(B) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(C) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x^2} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(D) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x} x^{2n-2}\,dx, n > 0$

9. यदि $div\,\vec{v} = 0$, तो :

(A) $\vec{v}$ परिनलकीय है।

(B) $\vec{v}$ अघूर्णीय है।

(C) $\vec{v}$ परिनलकीय एवं अघूर्णीय है।

(D) इनमें से कोई नहीं

10. $\frac{\Gamma(1/2)}{2}$ का मान है :

(A) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi^2}{4}$

11. बीटा एवं गामा फलनों के बीच सम्बन्ध है :

(A) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(B) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(2m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(C) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(2n)}{\Gamma(m+n)}, m,n > 0$

(D) $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\cdot\Gamma(n)}, m,n > 0$

12. यदि $\Gamma(n)$ गामा फलन को प्रदर्शित करता है तो निम्नलिखित में से कौन सा सही है ?

(A) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(B) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(C) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x^2} x^{n-1}\,dx, n > 0$

(D) $\Gamma(n) \int_0^\infty e^{x} x^{2n-2}\,dx, n > 0$

13. The curve $y^2(a-x)=x^3$ is :

(A) Symmetric about x-axis

(B) Symmetric about y-axis

(C) Symmetric about x and y axis both

(D) None of the above

14. Value of $\int_0^{\pi/2} \cos^m\theta \sin^n\theta \; d\theta$ is :

(A) $\dfrac{\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(B) $\dfrac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(n+1)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(C) $\dfrac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(D) None of the above

15. Curve represented by equation $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ is known as :

(A) Folium of Descartes

(B) Astroid

(C) Hypocycloid

(D) Cissoid

13. वक्र $y^2(a-x)=x^3$ है :

(A) x-अक्ष के परितः सममित

(B) y-अक्ष के परितः सममित

(C) x एवं y दोनों अक्षों के परितः सममित

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

14. $\int_0^{\pi/2} \cos^m\theta \sin^n\theta \; d\theta$ का मान है :

(A) $\dfrac{\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(B) $\dfrac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(n+1)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(C) $\dfrac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2\,\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)}$

(D) उपरोक्त में कोई नहीं

15. समीकरण $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ से प्रदर्शित किये जाने वाले वक्र को जाना जाता है :

(A) फोलियम ऑफ डेस्कार्ट्स

(B) एस्ट्रायड

(C) हाइपोसाइक्लोइड

(D) सिसोयड्

16. If $\vec{F} = ax\hat{\imath} + by\hat{\jmath} + cz\hat{k}$, a, b, c are constants then $\iint \vec{F}.\overrightarrow{dS}$ where S is the surface of unit sphere is :

(A) $\frac{\pi}{3}(a+b+c)$

(B) $\frac{4\pi}{3}(a+b+c)$

(C) $2\pi(a+b+c)$

(D) $\pi(a+b+c)$

17. The necessary and sufficient condition for a vector $\vec{a}(t)$ to have a constant direction is :

(A) $\vec{a}.\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(B) $\vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(C) $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(D) None of the above

18. Consider the following statements –

(i) For a function $f: [0,2] \longrightarrow I\!R$ defined by-

$$f(x)\begin{cases} x+2, & 0 \le x < 1 \\ x-2, & 1 \le x < 2 \end{cases}$$

$x = 1$ is a point of jump discontinuity.

(ii) The function-

$$f(x)\begin{cases} x\ , & x \in Q \\ -x, & x \in I\!R - Q \end{cases}$$

is continuous only at $x = 0$.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

16. यदि $\vec{F} = ax\hat{\imath} + by\hat{\jmath} + cz\hat{k}$, a, b, c नियतांक है तब $\iint \vec{F}.\overrightarrow{dS}$ जहाँ S एक ईकाई गोले का पृष्ठ है :

(A) $\frac{\pi}{3}(a+b+c)$

(B) $\frac{4\pi}{3}(a+b+c)$

(C) $2\pi(a+b+c)$

(D) $\pi(a+b+c)$

17. किसी सदिश $\vec{a}(t)$ की सतत् दिशा होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है :

(A) $\vec{a}.\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(B) $\vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(C) $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

(D) उपरोक्त में कोई नहीं

18. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) फलन $f: [0,2] \longrightarrow I\!R$ जो कि $f(x)\begin{cases} x+2, & 0 \le x < 1 \\ x-2, & 1 \le x < 2 \end{cases}$ से परिभाषित है, तो $x = 1$ छलाँग की सत्तता का एक बिन्दु है।

(ii) फलन $f(x)\begin{cases} x\ , & x \in Q \\ -x, & x \in I\!R - Q \end{cases}$ केवल $x = 0$ पर सतत् है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

19. Consider the following statements –

(i) The function $f(x)$ defined by $f(x) = |x| \; \forall \; x \in IR$ is not differentiable at $x = 0$.

(ii) The function $f(x)$ defined by $f(x) = |x| \; \forall \; x \in IR$ is differentiable at $x = 0$.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

Here IR be the set of all real numbers.

19. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) फलन $f(x)$ जो कि $f(x) = |x| \; \forall \; x \in IR$ से परिभाषित है, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

(ii) फलन $f(x)$ जो कि $f(x) = |x| \; \forall \; x \in IR$ से परिभाषित है, $x = 0$ पर अवकलनीय है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

यहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

20. Consider the following statements –

(i) Let $[a, b]$ be a closed and bounded interval and $f: [a, b] \longrightarrow IR$ be a continuous function. If $f(a) > 0$ and $f(b) < 0$, then there exists a point $c \in (a, b)$ such that $f(c) = 0$.

(ii) Continuous image of closed and bounded interval is a closed and bounded interval.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true.

(D) Both (i) and (ii) are false.

Here IR be the set of all real numbers.

20. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) मान लीजिये कि $[a, b]$ एक संवृत एवं परिबद्ध अंतराल है एवं $f: [a, b] \longrightarrow IR$ एक सतत् फलन है। यदि $f(a) > 0$ एवं $f(b) < 0$, तो अंतराल (a, b) में एक बिन्दु c इस प्रकार मैजूद है कि $f(c) = 0$

(ii) संवृत एवं परिबद्ध अंतराल का सतत् प्रतिबिम्ब एक संवृत एवं परिबद्ध अंतराल है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

यहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

21. Consider the following statements –

(i) Let $[a,b]$ be a closed and bounded interval and $f:[a,b] \longrightarrow I\!R$ be a function. If f is differentiable at $c \in [a,b]$ then f is also continuous at c.

(ii) Let $[a,b]$ be a closed and bounded interval and $f,g:[a,b] \longrightarrow I\!R$ be a two functions. If f,g are continuous at $c \in [a,b]$, then $f+g$ is also continuous at c.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are false.

(D) Both (i) and (ii) are true.

Here $I\!R$ be the set of all real numbers.

21. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये–

(i) मान लीजिये कि $[a,b]$ एक संवृत एवं परिबद्ध अंतराल है एवं $f:[a,b] \longrightarrow I\!R$ एक फलन है। यदि f बिन्दु $c \in [a,b]$ पर अवकलनीय है तो यह c पर सतत् भी है।

(ii) मान लीजिये कि $[a,b]$ एक संवृत एवं परिबद्ध अंतराल है एवं $f,g:[a,b] \longrightarrow I\!R$ दो फलन हैं। यदि f,g बिन्दु $c \in [a,b]$ पर सतत् है तो $f+g$ भी c पर सतत् है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है।

(B) केवल (ii) सत्य है।

(C) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं।

(D) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं।

यहाँ $I\!R$ सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

22. Define a function $f:[-2,2] \longrightarrow I\!R$ by $f(x) = [x]\ \forall\ x \in [-2,2]$. Then :

(A) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

(B) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

(C) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 2$

(D) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0$

Where $[x]$ denotes the greatest integer function in $[-2,2]$.

22. फलन $f:[-2,2] \longrightarrow I\!R$ को $f(x) = [x]\ \forall\ x \in [-2,2]$ से परिभाषित करें तो :

(A) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

(B) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

(C) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 2$

(D) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -1\,,\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0$

जहाँ $[x]$, $[-2,2]$ में सबसे बड़े पूर्णांक को प्रदर्शित करता है।

23. Choose the correct statement :

(A) Lagrange's mean value theorem is a particular case of Rolle's theorem.

(B) Rolle's theorem is a particular case of Lagrange's mean value theorem.

(C) Cauchy's mean value theorem is a particular case of Lagrange's mean value theorem.

(D) Cauchy's mean value theorem is a particular case of Rolle's theorem.

24. Define two functions f, g on the set of all real numbers $I\!R$ by $f(x) = \sin x$ $\forall\ x \in I\!R$ and $g(x) = e^{ax}$ $\forall\ x \in I\!R$, $a > 0$. Then :

(A) $D^n f(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a^n e^{ax}$

(B) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a e^{ax}$

(C) $D^n f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a^2 e^{ax}$

(D) $D^n f(x) = n\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a e^{nax}$

Where $D^n f(x)$, $D^n g(x)$ denotes the n^{th} derivatives of $f(x)$, $g(x)$ respectively.

23. सही कथन का चयन कीजिये :

(A) लैगरैन्जे का मध्यमान प्रमेय रोले के प्रमेय की विशेष स्थिति है।

(B) रोले का प्रमेय लैगरैन्जे के मध्यमान प्रमेय की विशेष स्थिति है।

(C) काची का मध्यमान प्रमेय लैगरैन्जे के मध्यमान प्रमेय की विशेष स्थिति है।

(D) काची का मध्यमान प्रमेय रोले के प्रमेय की विशेष स्थिति है।

24. सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $I\!R$ पर दो फलनों f, g को $f(x) = \sin x$ $\forall\ x \in I\!R$ एवं $g(x) = e^{ax}$ $\forall\ x \in I\!R$, $a > 0$ से परिभाषित करें तो :

(A) $D^n f(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a^n e^{ax}$

(B) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a e^{ax}$

(C) $D^n f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a^2 e^{ax}$

(D) $D^n f(x) = n\sin\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$, $D^n g(x) = a e^{nax}$

जहाँ $D^n f(x)$, $D^n g(x)$ क्रमशः फलनों $f(x)$, $g(x)$ के n^{th} अवकल को प्रदर्शित करता है।

25. Let $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ be the Maclaurin's series of the function $f(x) = \cos 2x$. Then the value of $2a_o + a_2$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

25. मान लीजिये कि $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ फलन $f(x) = \cos 2x$ की मैकलारिन श्रेणी है तो $2a_o + a_2$ का मान है :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

26. Define a function $f: IR^2 \longrightarrow IR$ by $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{128}$ $\forall$ $(x,y) \in IR^2$. Then the value of $f_{xx} + f_{yy}$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

Where f_{xx}, f_{yy} denotes the second order partial derivatives of f w.r. to x, y respectively and IR be the set of all real numbers.

26. फलन $f: IR^2 \longrightarrow IR$ को $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{128}$ $\forall$ $(x,y) \in IR^2$ से परिभाषित करें तो $f_{xx} + f_{yy}$ का मान है :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

जहाँ f_{xx}, f_{yy} क्रमशः फलन $f(x,y)$ के x एवं y के सापेक्ष आंशिक अवकलनों को प्रदर्शित करते हैं एवं IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

27. If u is a homogeneous function of degree n in two independent variables x and y, then :

(A) $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = nu$

(B) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = nu$

(C) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = n(n-1)u$

(D) $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = n^2(n-1)u$

27. यदि u दो स्वतंत्र चरों x एवं y में कोटि n का एक सजातीय फलन है, तो :

(A) $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = nu$

(B) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = nu$

(C) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = n(n-1)u$

(D) $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = n^2(n-1)u$

28. Define a function $f: [1,2] \longrightarrow I\!R$ by $f(x) = x(x-1)\ \forall\ x \in [1,2]$. Then the value of c in the Lagrange's mean value theorem is :

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{5}{4}$

(C) $\frac{7}{4}$

(D) $\frac{9}{4}$

28. फलन $f: [1,2] \longrightarrow I\!R$ को $f(x) = x(x-1)\ \forall\ x \in [1,2]$ से परिभाषित करें तो लैगरैन्जे के मध्यमान प्रमेय में c का मान है :

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{5}{4}$

(C) $\frac{7}{4}$

(D) $\frac{9}{4}$

29. let $[a,b]$ be a closed and bounded interval and $c \in (a,b)$. Let $f,g: [a,b] \longrightarrow I\!R$ be two functions such that $\lim_{x \to c} f(x) = l$ *and* $\lim_{x \to c} g(x) = m$ then, $\lim_{x \to c}[f(x) + g(x)]$ is :

(A) $l + m$

(B) $l - m$

(C) $\frac{l+m}{2}$

(D) $l + \frac{m}{2}$

29. मान लीजिये कि $[a,b]$ एक संवृत एवं परिबद्ध अन्तराल है एवं $c \in (a,b)$. मान लीजिये $f,g: [a,b] \longrightarrow I\!R$ दो फलन इस प्रकार है कि $\lim_{x \to c} f(x) = l$, $\lim_{x \to c} g(x) = m$ तो $\lim_{x \to c}[f(x) + g(x)]$ है :

(A) $l + m$

(B) $l - m$

(C) $\frac{l+m}{2}$

(D) $l + \frac{m}{2}$

30. Define two function f, g on $I\!R$ by-

$f(x) = \cos x \ \forall\, x \in I\!R$

$g(x) = e^{2x+3} \ \forall\, x \in I\!R$

Then :

(A) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$,

$D^n g(x) = 2^n\, e^{2x+3}$

(B) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{4} + x\right)$,

$D^n g(x) = 2^n\, e^{2x+3}$

(C) $D^n f(x) = \cos(n\pi + x)$,

$D^n g(x) = 2e^{2x+3}$

(D) $D^n f(x) = \cos(2n\pi + x)$,

$D^n g(x) = 3^n\, e^{2x+3}$

Where $D^n f(x), D^n g(x)$ denote n[th] derivative of $f(x), g(x)$ respectively.

30. सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $I\!R$ पर दो फलन f, g को $f(x) = \cos x \ \forall\, x \in I\!R$

$g(x) = e^{2x+3} \ \forall\, x \in I\!R$ से परिभाषित करें

तो :

(A) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + x\right)$,

$D^n g(x) = 2^n\, e^{2x+3}$

(B) $D^n f(x) = \cos\left(\frac{n\pi}{4} + x\right)$,

$D^n g(x) = 2^n\, e^{2x+3}$

(C) $D^n f(x) = \cos(n\pi + x)$,

$D^n g(x) = 2e^{2x+3}$

(D) $D^n f(x) = \cos(2n\pi + x)$,

$D^n g(x) = 3^n\, e^{2x+3}$

जहाँ $D^n f(x)$, $D^n g(x)$ $f(x)$ एवं $g(x)$ का n[th] अवकलन क्रमशः है।

31. The value of $\lim_{x \to 4} \frac{(x^2-16)(x^2+9)}{x-4}$ is :

(A) 200

(B) 199

(C) 400

(D) 150

31. $\lim_{x \to 4} \frac{(x^2-16)(x^2+9)}{x-4}$ का मान है :

(A) 200

(B) 199

(C) 400

(D) 150

32. Γn is equal to :

(A) $(n-1)(n-2)(n-3)....3.2.1$

(B) $n(n-1)(n-2)(n-3)...3.2.1$

(C) $n(n+1)(n+2)........$

(D) $(n-1)(n-3)(n-5).......1$

32. Γn बराबर है :

(A) $(n-1)(n-2)(n-3)....3.2.1$

(B) $n(n-1)(n-2)(n-3)...3.2.1$

(C) $n(n+1)(n+2)........$

(D) $(n-1)(n-3)(n-5).......1$

33. Which of the following is correct ?

(A) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{-zx}\ x^{n-1}\,dx$

(B) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{2zx}\ x^{n-1}\,dx$

(C) $\frac{\Gamma(3n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{-zx}\ x^{n+1}\,dx$

(D) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{zx}\ x^{n+1}\,dx$

33. निम्नलिखित में से कौन–सा सत्य है ?

(A) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{-zx}\ x^{n-1}\,dx$

(B) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{2zx}\ x^{n-1}\,dx$

(C) $\frac{\Gamma(3n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{-zx}\ x^{n+1}\,dx$

(D) $\frac{\Gamma(n)}{z^n} = \int_0^\infty e^{zx}\ x^{n+1}\,dx$

34. The integral $\int_1^\infty \frac{dx}{x^n}$ is convergent if :

(A) $n = 1$

(B) $n > 1$

(C) $n \leq 1$

(D) $n \not> 1$

34. समाकलन $\int_1^\infty \frac{dx}{x^n}$ अभिसारी है यदि :

(A) $n = 1$

(B) $n > 1$

(C) $n \leq 1$

(D) $n \not> 1$

35. The force field is conservative if :

(A) $curl\,\vec{F} = 0$

(B) $grad\,\vec{F} = 0$

(C) $div\,\vec{F} = 0$

(D) $curl\,(grad\,\vec{F}) = 0$

35. बल क्षेत्र संरक्षी है यदि :

(A) $curl\,\vec{F} = 0$

(B) $grad\,\vec{F} = 0$

(C) $div\,\vec{F} = 0$

(D) $curl\,(grad\,\vec{F}) = 0$

36. If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ is a position vector, then the value of $curl\ \vec{r}$ is :

(A) $\vec{0}$

(B) $\hat{i} + \hat{j}$

(C) 2

(D) 4

37. The value of $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ is :

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{5}{4}$

38. The value of the integral $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$ is equal to :

(A) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n)}$

(B) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+2)}$

(C) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+1)}$

(D) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(lmn)}$

36. यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ एक स्थिति सदिश है, तो $curl\ \vec{r}$ का मान है

(A) $\vec{0}$

(B) $\hat{i} + \hat{j}$

(C) 2

(D) 4

37. $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ का मान है :

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{5}{4}$

38. समाकल $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$ का मान बराबर है :

(A) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n)}$

(B) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+2)}$

(C) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+1)}$

(D) $\frac{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(lmn)}$

39. The area bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ is :

(A) 3π

(B) 4π

(C) 5π

(D) 6π

39. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ से परिबद्ध क्षेत्रफल है :

(A) 3π

(B) 4π

(C) 5π

(D) 6π

40. If a circle $x^2 + y^2 = a^2$ is rotated about x-axis then volume generated is :

(A) πa^3

(B) $2\pi a^2$

(C) $\frac{4}{3}\pi a^3$

(D) $\frac{2}{3}\pi a^3$

40. यदि एक वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ को x-अक्ष के परितः घुमाया जाये, तब उत्पन्न आयतन है :

(A) πa^3

(B) $2\pi a^2$

(C) $\frac{4}{3}\pi a^3$

(D) $\frac{2}{3}\pi a^3$

*****